【公報種別】公開特許公報の訂正
【部門区分】第６部門第３区分
【発行日】平成17年3月17日(2005.3.17)

【公開番号】特開2004-234626(P2004-234626A)
【公開日】平成16年8月19日(2004.8.19)
【年通号数】公開・登録公報2004-032
【出願番号】特願2003-369647(P2003-369647)
【訂正要旨】特許請求の範囲（請求項２）の誤載により下記のとおり全文を訂正する。
【国際特許分類第７版】
　Ｇ０６Ｆ　19/00
// Ｇ０４Ｆ　10/00
【ＦＩ】
　Ｇ０６Ｆ　19/00　　１１０
　Ｇ０４Ｆ　10/00　　Ｚ
【記】別紙のとおり

(19)日本国特許庁(JP)　　(12)公開特許公報(A)　　(11)特許出願公開番号
特開2004-234626
(P2004-234626A)
(43)公開日　平成16年8月19日(2004.8.19)

(51)Int.Cl.[7]	F I			テーマコード（参考）
G06F 19/00	G06F	19/00	110	2F085
// G04F 10/00	G04F	10/00	Z	

審査請求 未請求　請求項の数 3　書面　（全 22 頁）

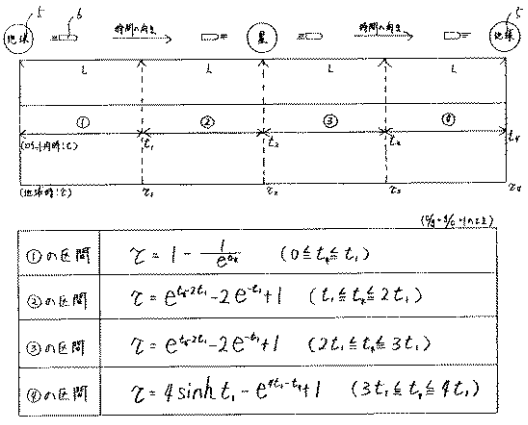
(21)出願番号　特願2003-369647(P2003-369647)
(22)出願日　平成15年9月24日(2003.9.24)
(31)優先権主張番号　特願2003-38983(P2003-38983)
(32)優先日　平成15年1月10日(2003.1.10)
(33)優先権主張国　日本国(JP)

(71)出願人　594148874
石川　博
千葉県流山市駒木台４００番地の３４
(72)発明者　石川　博
千葉県流山市駒木台４００番地の３４

Fターム(参考)　2F085 AA00　BB01　CC07　DD01

(54)【発明の名称】時間計測法

(57)【要約】
【課題】静止系と等速直線運動系による時空間関係の図式では，暗黙のうちに運動体の出発と帰還において急激な加速および減速を仮定しており，そのような仮定をもとにした時間計測の方法では相対論における時空間関係の直感的な理解が困難であり，コンピュータグラフィックス化等の妨げになっていた．本発明ではそのような障害を除去するために，相対論的ドップラー効果の影響を考慮した静止系と等加速度運動系または重力場内の静止系と運動系との間に成立する時空間関係図式に基づいた時間計測の方法を提示することを課題とする．
【解決手段】相対論的ドップラー効果を考慮した式を導出し，その導出した式を各種の要件のもとに必要とする時空間関係図式を得る．以上のようにして得られた該図式をもとに，所与の数値を当該式にあてはめることにより時間計測を行う．
【選択図】　図７



①の区間	$\tau = 1 - \frac{1}{e^{t_0}}$　$(0 \leqq t_0 \leqq t_1)$
②の区間	$\tau = e^{t_0 - 2t_1} - 2e^{-t_0} + 1$　$(t_1 \leqq t_0 \leqq 2t_1)$
③の区間	$\tau = e^{t_0 - 2t_1} - 2e^{-t_0} + 1$　$(2t_1 \leqq t_0 \leqq 3t_1)$
④の区間	$\tau = 4\sinh t_1 - e^{3t_1 - t_0} + 1$　$(3t_1 \leqq t_0 \leqq 4t_1)$

注）1. t_0は，日付け都地球を出発してからの日数(固有の経過時間)．
2. t_1は，観測の式により決まる定の数値．

【特許請求の範囲】
【請求項１】
静止系と運動系との間に成り立つ時空間の関係式に基づき時間計測を行う方法において，時計等を設置した等加速度運動体から送信された該時計等の映像電波を静止系の観測者が画像装置等により映像化し該時計等の映像により時間の計測を行うとした場合のコンピュータシミュレーションを，相対論における時間の遅延効果と相対論的ドップラー効果の影響を加味した静止系と等加速度系との間において成り立つ関係式（少なくとも化学式等に記載した（数９）及び（数１１）を含む）を用いて実行可能とすることを特徴とした時空間関係図式に基づく時間計測法．
【請求項２】
静止系と運動系との間に成り立つ時空間の関係式に基づき時間計測を行う方法において，時計等を設置した重力場内の運動体から送信された該時計等の映像電波を重力場内に静止した観測者が画像装置等により映像化し該時計等の映像により時間の計測を行うとした場合のコンピュータシミュレーションを，相対論における時間の遅延効果と相対論的ドップラー効果の影響を加味した重力場内の静止系と運動系との間において成り立つ関係式（少なくとも化学式等に記載した（数１９）及び（数２１）を含む）を用いて実行可能とすることを特徴とした時空間関係図式に基づく時間計測法．
【請求項３】
相対論のいわゆる「時計のパラドックス」を考察するに際し，所与の数値要件を確定することで相対論的ドップラー効果を考慮に入れた場合に成り立つ静止系と等加速度系または重力場内の静止系と運動系における時空間関係をコンピュータグラフィックスにより明瞭化することを目的とした請求項１および請求項２に記載の時間計測法．
【発明の詳細な説明】
【発明の詳細な説明】

【産業上の利用分野】
【０００１】
本発明は，主として，相対論において特徴的な物理諸現象をプログラム化し，シミュレーションを行うことを目的としたコンピュータソフトウェアに適用可能な時間計測法に関するものである．
【背景技術】
【０００２】
従来から，静止系と等速直線運動系との間に成り立つ時空間関係式による時間計測法により，相対論におけるいわゆる時計のパラドックス（双子のパラドックスともいう）等の考察がなされている．
【０００３】
しかし，相対論的ドップラー効果（本発明において相対論的ドップラー効果とは，相対論の諸原理を満足し，静止系からみたときの運動系から発した電磁波による情報伝達の遅速に起因したドップラー効果を意味する）を考慮し，かつ静止系と等加速度運動系または重力場内の静止系と運動系との相対的な時間関係を表示した各種方程式に関する文献資料は皆無であるため，該方程式を考慮に入れた相対論に関する有用なシミュレーションソフトウェアの開発はなされていなかった．
【発明が解決しようとする課題】
【０００４】
本発明は，上記のようなソフトウェア開発の現状に鑑み，ローレンツ変換式から導出される時間の遅延効果と相対論的ドップラー効果の影響を加味した静止系と等加速度系または重力場内の静止系と運動系において成り立つ方程式を用いて時計等を設置した等加速度運動体から送信された電波を静止系の観測者が画像装置等により映像化し，該時計等の映像により時間の計測を行うとした場合のコンピュータシミュレーションを可能とすることを特徴とした時空間関係図式（本発明において時空間関係図式とは，少なくとも化学式等

に掲げた数９～数１２及び数１９～数２２を基礎とした時空間関係を表示する図または数式をいう．例として，図７における図または数式が該当する．）に基づく時間計測法と，時計等を設置した重力場内の運動系から送信された電波を重力場内に静止した観測者が画像装置等により映像化し，該時計等の映像により時間の計測を行うとした場合のコンピュータシミュレーションを可能とすることを特徴とした時空間関係図式に基づく時間計測法とを提供することを課題とし，その解決を図ることにより，もってソフトウェア産業の発展に寄与することを目的としたものである．

【課題を解決するための手段】

【０００５】

そこで，上記の課題を解決するためになされた本発明の手段を述べると，次のようになる．まず，相対論における各変換式（数２及び数１４）から，相対論的ドップラー効果を考慮して数３，数４及び数１８の各式を導く．次に，当該式（数３，数４及び数１８）を時空関係に注意ながら時間について積分する．最後に，得られた式（数９～数１２及び数１９～数２２）をもとに図式化し，所与の数値を当該式に当てはめ，求める時空間関係図式を得る．以上のようにして，各種の条件のもとに成り立つ静止系と等加速度系間または重力場内の静止系と運動系間の時間計測を行うとした場合のコンピュータシミュレーションを可能とする．

【発明を実施するための最良の形態】

【０００６】

以下，図面および化学式等に掲げた数式を参照しながら，実施例も兼ねてこの発明の実施の形態について説明する．まず初めに，本発明との比較のために，等速度運動系のケースを提示した後，本発明に関する実施の形態の説明を行う．

【０００７】

いま，互いに一定の速さｖで一直線（ｘ軸）上を相対運動している二つの慣性系を考える．それらの系における空間座標と時間座標をそれぞれＳ（ｘ，ｙ，ｚ，ｔ），Ｓ’（ｘ’，ｙ’，ｚ’，ｔ’）とし，慣性系ＳとＳ’の空間座標の原点が一致した瞬間をそれぞれの系における時間座標の原点に選ぶ．このとき，相対性原理と光速度不変の原理により，ローレンツ変換式（数１）が導出され，また，Ｓ’系の原点に時計が設置されているとすると，数１の最後の式でｘ’＝０であるので数２が得られる．数２は時間の遅延効果を表わす式として知られる．さらに，Ｓ’系の原点に設置された時計の映像電波がＳ系の観測者に届くまでの時間を考慮して数３及び数４が得られる．数３および数４は相対論的ドップラー効果を考慮に入れた場合に成り立つｔとｔ’との関係式である．

【０００８】

ここで，上記仮定のもとにＳを地球とし，Ｓ’を亜光速の等速度運動で飛行可能なロケットとすると，Ｓの観測者からみたＳとＳ’の時空関係式は，図３のようになる．図３は，ロケットが地球からｘ光年の距離にある星に向けて等速度ｖで出発し，星に到着後すぐに帰還するという仮想的星間飛行を想定している図である．地球の人が理論的に想定するロケットの片道の飛行時間をｔ＊とすると，図３に示された関係が成立する．

【０００９】

具体例として，ｖ＝０．９６ｃ（ｃは光速度），ｘ＊＝２４光年，ｔ＊＝ｘ＊／ｖ＝２４／０．９６＝２５年とすると，地球とロケットとの間で図４のような時間関係が成り立つ．これは，ロケットから送信された時計等の映像電波を地球の観測者がテレビモニターで実際に見るとした場合の等速度運動系において成り立つ時空間関係図である．

【００１０】

さて，つぎに本発明のケースについて，まず等加速度運動系のケース（本発明において等加速度運動系のケースとは，各瞬間つねに質点と共に運動している座標系（いわゆる質点の瞬間的静止系）からみたとき，その質点の加速度が常に一定値ａであるような運動系（本発明の例では，ロケット）と静止系（同じく，地球）との間に成り立つ相対的な時間関係を相対論的ドップラー効果をとり入れて考察したケースをいう）から説明する．等速度運動系において成り立つ数１と数２のｖ，ｘおよびｔ’に対して，等加速度運動系におい

ては，数５～数８のｕ，Ｌおよびτが対応する．数５は相対論の速度合成則または相対論的運動方程式を利用して求められる．ここで，ａは等加速度運動系の観測者が受ける加速度を表わす．数６は数５のｕを時間で積分した式であり，数７は数６の結果をｔについて解いたものである．そして，数８は数２を時間で積分した式である．

【００１１】

等加速度運動系から時間τに送信された時計等の映像電波を，実際に静止系の観測者が時間ｔにテレビモニターで見るとした場合のτとｔの相対的な時間関係を表示する方程式は，数９および数１１のようになる．数９は等加速度運動系が静止系から遠ざかる場合に，数１１は等加速度運動系が静止系に近づく場合に成り立つ式である．

【００１２】

以上に述べた方程式をもとに，等加速度運動系と静止系に成り立つ時間関係を一定の条件のもとに作図化したものが図１である．ここでは，等加速度運動系と静止系に成り立つ時間関係を明瞭化するために，次のような条件設定をした．

【００１３】

まず，等加速度運動系として亜光速で飛行可能なロケットを考え，静止系として地球を考える．図２に示したごとく，ロケットは目的地と地球を結ぶ一直線上を飛行して，２Ｌ光年の距離にある星に向かい，その星に到着後すぐさま地球に向かって帰還するといった星間飛行を仮定する．

【００１４】

次に，そのような星間飛行をするために，次のような最も単純な飛行方法を考える．等加速度ａで地球を出発し，地球からＬ光年の距離まで加速した後，等加速度ａで減速し目的の星に到着する．そして，到着後はすぐに地球に向かって等加速度ａで出発し，星からＬ光年の距離まで加速した後，往路の場合と同様に等加速度ａで減速して地球に帰還する．

【００１５】

その場合，数５～数１２に基づく図１および図５に掲げるような時空間関係図式が成り立つ．ここで，時計画像等の情報が地球に届くまでの時間を考慮して，数９は時間についてｔ’＝ｔ＋Ｌ／ｃとしたうえで，数３の関係式を時間について積分したものであり，数１１は数９の場合と同様にして，数４の関係式を時間について積分したものである（ただし，数１１のｔの範囲は，０≦ｔ＜ｃ／ａ）．また，図５におけるt_*はロケットが地球を出発してからの地球での経過時間を表わす．

【００１６】

つぎに，相対論におけるいわゆる時計のパラドックスを考察するために図１に具体的な数値を代入して検証する．その検証にあたって数９と数１１を簡単化するために，次のように仮定する．

【００１７】

ｃ＝２．９９７９２４５８×１０^{5} ｋｍ／ｓ，ａ＝９．５０００５×１０$^{-3}$ ｋｍ／ｓ^{2} 及び１年＝３６５．２４２２日（一太陽年）とすると，ａ／ｃ　ｃ／ａ　１なので，（数９と数１１）は（数１０と数１２）のようになる．いま，Ｌ＝１２光年とすると数７および数８より，t_1＝１２．９６１５年，τ_1＝３．２５６６年となる．したがって，ロケットが星間飛行をして地球に帰還する時間は，地球時間でt_4＝４t_1＝５１．８４６０年，ロケット内の時間でτ_4＝４τ_1＝１３．０２６４年となる．

【００１８】

しかし，ロケットから送信された時計の映像電波を地球の観測者がテレビモニターで実際に見るロケットの時間は，t_1＝１２．９６１５年のときτ_1＝３．２５６６年ではなく，数１０でt_1＝１２．９６１５年を代入したときの値τ＝２．６３６３年であり，地球の観測者がテレビモニターでロケットの時間をτ_1＝３．２５６６年と確認する時の地球の時間はt_1＋Ｌ／ｃ＝２４．９６１５年である．実際，ｔ＝２４．９６１５年のとき数１０よりｌｎ（１＋２４．９６１５）＝３．２５６６年となる．同様にして，地球の観測者がテレビモニターでロケットの時間を２τ_1＝６．５１３２年（星への到着時間）と確認する時の地球の時間は２（t_1＋Ｌ／ｃ）年＝４９．９２３年であり，地球の観測者が

テレビモニターでロケットの時間を$\tau_3 = 3\tau_1 = 9.7698$年（ロケットの帰路の中間時点）と確認する時の地球の時間は$2(t_1 + L/c) + t' = 50.8845$年（$\because t' = t_1 - L/c$）である．ここで，ロケットが地球を出発してからの地球での経過時間t_*とτとの間には，数１０の式をもとに変形した図５の▲１▼及び▲２▼区間の関係式と，数１２の式をもとに変形した図５の▲３▼及び▲４▼区間の関係式が成り立つ．

【００１９】

上記によると，ロケットから送信された時計等の映像電波を地球にいる人がテレビモニター等を通じて見る場合，Ｌがどれほど大きな数になったとしてもロケットが星から地球への帰還に要する時間（２ｔ’）は必ず２年未満（例えば，Ｌ＝１，０００光年のときはｔ’＝０．９９９５年であり，Ｌ＝１，０００，０００光年のときはｔ’＝０．９９９９９５年である．その理由は数１３に示したとおり．）になり，Ｌが大きな数になるほど地球の人がテレビモニター等を通じて見るロケット内の時計等の映像は速く動くことがわかる．

【００２０】

以上に示した時間のパラドックスに関する具体例は，簡単のために星間飛行について最も単純な飛行方法を考えたが，加速と減速との間に等速度による飛行を仮定することは容易である．その場合には，往路においては数３を，復路においては数４を考慮に入れて時間関係を設定し直すだけである．

【００２１】

つぎに，本発明における重力場内の運動系のケース（本発明において重力場内の運動系のケースとは，時空座標系を担う慣性系に，はじめ静止していた二つの質点Ａ（本発明の例では，地球）とＢ（同じく，ロケット）を考え，ＢがＸ軸方向に一定の力により加減速することで，Ｂからみた場合に生じる重力場において，その重力場内の運動系Ａと静止系Ｂとの間に成り立つ相対的な時間関係を相対論的ドップラー効果をとり入れて考察したケースをいう）について説明する．

数１４および数１５（x_0は初位置を表わす）は静止系に対して一直線上（ｘ軸上）を一定の加速度ｇをもって運動する運動系に固定した時計の時間τ（粒子の固有時）と静止系での時計の時間ｔとの間の関係式である（x_0等の記号の詳細な内容説明については，メラー著（永田恒夫，伊藤大介訳）『相対性理論』（みすず書房）第ｖｉｉｉ章「一般相対性理論の基礎」を参照）．この式は，測地線の方程式と四次元計量テンソルを$g_{\mu\nu}$とした場合の近接２点間距離の二乗$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$（添字μ，νは１から４までの値をとるものとする）を変形した式に，上記計量テンソル$g_{\mu\nu}$の一成分g_{44}を$g_{44} = -(1 + gx/c^2)^2$と置くことにより求められる．数１６は数１５の式を数１４の式に代入して求められ，数１７は数１６の式を積分して求められる（詳しくは，前掲書を参照）．さらに，重力場内の運動体に設置された時計の映像電波が重力場内の静止系の観測者に届くまでの時間を考慮して数１８が得られる．数１８は相対論的ドップラー効果を考慮に入れた場合に成り立つｄｔとｄτとの関係式である．

【００２２】

そして，重力場内の運動系から時間τに送信された時計等の映像電波を，実際に重力場内で静止する観測者が時間ｔにテレビモニターで見るとした場合のτとｔの相対的な時間関係を表示する方程式は，数１９および数２１のようになる．数２１は，数１９の式を導出した方法と同様にして求められる．数１９の式は重力場内の運動系が静止系から遠ざかる場合に，数２１の式は重力場内の運動系が静止系に近づく場合にそれぞれ成り立つ式である．興味深いことに，数１７式と異なり，数１９式や数２１式ではx_0が含まれていないので，τとｔの相対的な時間関係は数１７式のそれと非常に異なることがわかる．

【００２３】

以上に述べた方程式をもとに，重力場内の運動系と静止系に成り立つ時間関係を一定の条件のもとに作図化したものが図６と図７である．ここでは，重力場内の運動系と静止系に成り立つ時間関係を明瞭化するために，次のような条件設定をした．

【００２４】

すなわち，重力場内の静止系として亜光速で飛行可能なロケットを考え，重力場内の運動系として地球を考える．そして，地球は一直線上（ｘ軸）の負の方向に一定加速度ｇで動き出した後，同加速度ｇで減速して停止し，その逆の過程を繰り返して帰還するといった重力場内の運動を仮定する．この地球の一定加速度による運動は，一般相対論における等価原理により重力場内の自由粒子の運動と同様に考えることができる．ただし，この重力場の生じるケースは，重力場内の静止系であるロケット側から考えた場合であり，地球の観測者の立場では，

【００１３】

及び

【００１４】

で述べた条件設定があてはまる．

【００２５】

つぎに，時計のパラドックスを考察するために，具体的な数値を入れて検証する．その検証にあたって，等加速度運動系のケースと同様，数１９と数２１を簡単化するために，次のように仮定する．

【００２６】

ｃ＝２．９９７９２４５８×１０^{5}ｋｍ／ｓ，ｇ＝９．５０００５×１０$^{-3}$ｋｍ／ｓ^{2}及び１年＝３６５．２４２２日とする．このようにすると，ｇ／ｃ　ｃ／ｇ　１となるので，（数１９と数２１）は（数２０と数２２）のようになる．そこで，地球と地球を出発したロケットが向かう目的地との間の一直線上の距離を２４光年（Ｌ＝１２光年）とし，そしてまた，τ_1～τ_4をt_1～t_4のそれぞれに対応する地球時間とすると，相対論的ドップラー効果を考慮に入れなければ，数８と数１７より，ｔとτについて図８に示されたような時間関係が成立する．

【００２７】

しかし，相対論的ドップラー効果を考慮して，地球から送信された時計の映像電波をロケットの観測者がテレビモニターで実際に見るとした場合には，図６に示したように，t_1＝３．２５６６年のときτ_1＝０．９９７０年ではなく，数２０でt_1＝３．２５６６年としたときの値τ_1＝０．９６１５年であり，また，t_2＝６．５１３２年のときはτ_2＝２５．９２３０年ではなく，τ_2＝１．９２３０年となる．図６と図８のτ_1－τ_2間において値が大きく異なる理由は，数１７と数１９により計算した場合，初位置を表わすx_0の有無の違いによる．さらに，地球がロケットに近づく場合，すなわちロケットの帰路においては，t_1＝９．７６９８年のときτ_3＝５０．８４９０年ではなく，数２２でt_1＝３．２５６６年としたときの値τ＝２４．９６１５年にτ_2＝１．９２３０年を足した値であるτ_3＝２６．８８４５年である．そして，t_4＝１３．０２６４年のときにτ_4＝５１．８４６０年となる．τ_3－τ_4間において値が大きく異なる理由は，前記したと同様に，数１７と数２１により計算した場合，初位置を表わすx_0の有無の違いによる．

【００２８】

ここで，地球が一直線上（ｘ軸）の負の方向に一定加速度ｇで動き出してからの（すなわち，重力場内を自由落下し始めてからの）ロケット内でテレビモニター等を通じて見た地球の経過時間であるt_*とτとの間には，数２０の式をもとに変形した図７の▲１▼及び▲２▼区間の関係式が成り立ち，また，▲３▼及び▲４▼区間においては，数２２の式をもとに変形した図７の関係式が成り立つ．なお，図６および図７に示されたt_1＝３．２５６６年は，等加速度運動系のケースで示されたτ_1＝３．２５６６年に相当する．

【００２９】

図７に記載された時空間関係図式によると，ロケットが目的地である星に向かうとき，ロケット内でどんなに時間が経過しても，ロケットの船内に設置されたテレビモニターを通じて見た地球の時間は２年を経過することがないことがわかる．逆に，▲３▼および▲４▼の区間では，ロケットの船内に設置されたテレビモニターを通じて見た地球の時間は文字通り指数関数的に経過することになる．そして，ロケットが地球に帰還する時間は，地

球時で５１．８４６０年，ロケット内の時間で１３．０２６４年となり，等加速度運動系のケースと一致することがわかる．

【００３０】

以上に示した時間のパラドックスに関する具体例は，簡単のために重力場内の運動について最も単純な形態を考えたが，等加速度運動系のケースと同様，ロケットの等速度に伴う無重力状態における運動を仮定することは容易である．その場合には，往路においては数３を，復路においては数４を加えて時間関係を設定し直すだけである．

【発明の効果】

【００３１】

静止系と等速直線運動系による時空関係の図式では，暗黙のうちに，運動体の出発と帰還において急激な加速および減速により，運動体の速度は，瞬時にゼロから亜光速に達したり逆に亜光速からゼロになったりすることを仮定しており，そのような仮定をもとにした時間計測の方法では相対論における時空間関係の直感的な理解が困難であり，コンピュータグラフィックス化等の妨げになっていた．

一方，本発明の時間計測法によれば，時空間関係について相対論的ドップラー効果を考慮に入れたことで，直感的で無理のない図式等が作成でき，さらに該図式等に基づいて時空間関係をプログラム化し，所与の数値要件を確定することでＣＧ化が可能となり，ソフトウェア産業の発展に寄与することができる．

【図面の簡単な説明】

【図１】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図の一例である．

【図２】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図に，具体的な数値を設定したときに成り立つ図の一例である．

【図３】静止系と等速度運動体との間に成立する時空関係図の一例である．

【図４】静止系と等速度運動体との間に成立する時空関係図に，具体的な数値条件を設定したときに成り立つ図の一例である．

【図５】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図式の一例である．

【図６】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図に，具体的な数値を設定したときに成り立つ図の一例である．

【図７】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図式の一例である．

【図８】静止系と運動体との間に成立する時空関係図に，具体的な数値条件を設定したときに成り立つ図の一例である．

【符号の説明】

１…静止系
２…等加速度運動体
３…客体静止系
４…等速度運動体
５…重力場内の運動体
６…重力場内の静止系

【数１】

$$x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\ ,\ y=y'\ ,\ Z=Z'\ ,\ t=\frac{t'+vx'/t^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

【数２】

$$t'=\sqrt{1-v^2/c^2}\ t$$

【数３】

$$t' = \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{1+v/c}\, t = \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}}\, t$$

【数４】

$$t' = \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{1-v/c}\, t = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}\, t$$

【数５】

$$u = \frac{at}{\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}}$$

【数６】

$$L = \int_0^t u\,dt = \int_0^t \frac{at}{\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}}\,dt = \frac{c^2}{a}\left(\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}-1\right)$$

【数７】

$$t = \frac{c}{a}\sqrt{\left(1+\frac{a}{c^2}L\right)^2-1}$$

【数８】

$$\tau = \int_0^t \sqrt{1-v^2/c^2}\,dt = \int_0^t \frac{1}{\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}}\,dt = \frac{c}{a}\ln\left(\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}+\frac{a}{c}t\right)$$

$$= \frac{c}{a}\cosh^{-1}\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}$$

【数９】

$$\sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}} = \sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2} - \frac{a}{c}t$$

ここで, $t' = t + \frac{L}{c}$

$$= t + \frac{c}{a}\left(\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2} - 1\right)$$

$$\therefore\ t = \frac{t'\left(2+\frac{a}{c}t'\right)}{2\left(1+\frac{a}{c}t'\right)}$$

$$\therefore\ \sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2} - \frac{a}{c}t = \sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}\left\{\frac{t'\left(2+\frac{a}{c}t'\right)}{2\left(1+\frac{a}{c}t'\right)}\right\}^2} - \frac{a}{c}\cdot\frac{t'\left(2+\frac{a}{c}t'\right)}{2\left(1+\frac{a}{c}t'\right)}$$

$$= \sqrt{\left\{\frac{\frac{a}{c}\left(\frac{2c}{a}+2t'+\frac{a}{c}t'^2\right)}{2\left(1+\frac{a}{c}t'\right)}\right\}^2} - \frac{a}{c}\cdot\frac{t'\left(2+\frac{a}{c}t'\right)}{2\left(1+\frac{a}{c}t'\right)}$$

$$= \frac{1}{1+\frac{a}{c}t'}$$

改めて, 時間 t' を t として積分を実行すると,

$$\tau = \int_0^t \frac{1}{1+a/c\,t}\,dt$$

$$= \frac{c}{a}\ln\left(1+\frac{a}{c}t\right)$$

【数１０】

$$\tau = \ln(1+t)$$

【数１１】

$$\tau = \frac{c}{a}\ln\frac{1}{1-\frac{a}{c}t}$$

【数１２】

$$\tau = \ln\frac{1}{1-t}$$

【数１３】

$$t = \frac{c}{a}\sqrt{\left(1+\frac{a}{c}L\right)^2-1} \quad \text{ここで, } c/a = a/c = 1 \text{ のとき}$$

$$t = \sqrt{\left(1+\frac{L}{c}\right)^2-1} \quad < 1+\frac{L}{c} \quad \therefore\ t-\frac{L}{c} < 1$$

【数１４】

$$d\tau = \sqrt{\left(1+\frac{gx}{c^2}\right)^2 - \frac{u^2}{c^2}}\,dt$$

【数１５】

$$x = \frac{c^2}{g}\left\{\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\frac{1}{\cosh\left(\frac{g}{c}t\right)} - 1\right\} \quad (x_0\text{は初位置})$$

$$u = -c\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\frac{\sinh\left(\frac{g}{c}t\right)}{\cosh^2\left(\frac{g}{c}t\right)}$$

【数１６】

$$d\tau = \left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\frac{1}{\cosh^2\left(\frac{g}{c}t\right)}\,dt$$

【数１７】

$$\tau = \int_0^t \left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\frac{1}{\cosh^2\left(\frac{g}{c}t\right)}\,dt$$

$$= \left(\frac{c}{g}+\frac{x_0}{c}\right)\tanh\left(\frac{g}{c}t\right)$$

【数１８】

$$d\tau = \frac{\sqrt{\left(1+\frac{gx}{c^2}\right)^2 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 \mp \frac{u}{w}}\,dt \quad (\text{ここで, } w = c\left(1+\frac{gx}{c^2}\right))$$

$$= \frac{\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\frac{1}{\cosh^2\left(\frac{g}{c}t\right)}}{1 \pm \tanh\left(\frac{g}{c}t\right)}\,dt$$

【数１９】

$$\frac{1+\frac{gx_0}{c^2}}{\left(1+\tanh\left(\frac{g}{c}t\right)\right)\cosh^2\left(\frac{g}{c}t\right)} = \frac{2\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)}{1+\exp\left(\frac{2g}{c}t\right)}$$

ここで，数９の場合と同様にして，

$$t' = t - \int \frac{dx}{w} = t - \frac{1}{c}\int \frac{1}{1+\frac{gx}{c^2}}\,dx$$

$$= t - \frac{c}{g}\ln\left(1+\frac{gx}{c^2}\right)$$

$$= t - \frac{c}{g}\ln\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\frac{1}{\cosh\left(\frac{g}{c}t\right)}$$

$$\therefore\ t = \frac{c}{2g}\ln\left\{\frac{2\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)}{\exp\left(-\frac{g}{c}t'\right)} - 1\right\}$$

$$\therefore\ \frac{2\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)}{1+\exp\left(\frac{2g}{c}t\right)} = \exp\left(-\frac{g}{c}t'\right)$$

次めて，時間t'をもとにして積分を実行すると，

$$\tau = \int_0^t \exp\left(-\frac{g}{c}t\right)dt$$

$$= \frac{c}{g}\left(1-e^{-\frac{g}{c}t}\right)$$

【数２０】

$$\tau = 1 - \frac{1}{e^t}$$

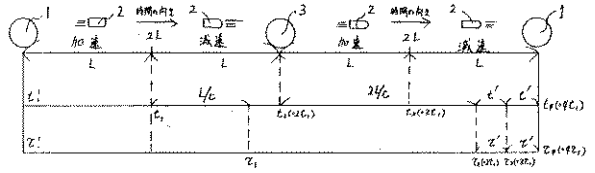
【数２１】

$$\tau = \frac{c}{g}\left(e^{\frac{g}{c}t}-1\right)$$

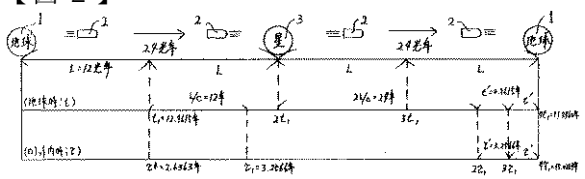
【数２２】

$$\tau = e^t - 1$$

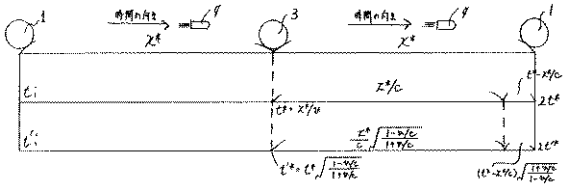
【図１】



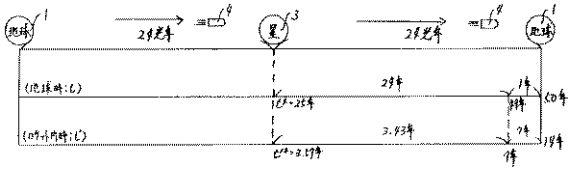
【図２】



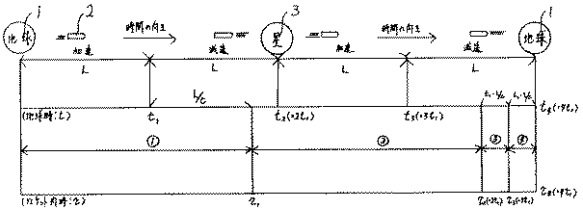
【図３】



【図４】



【図５】



(%・%/c・1ヶ=1)

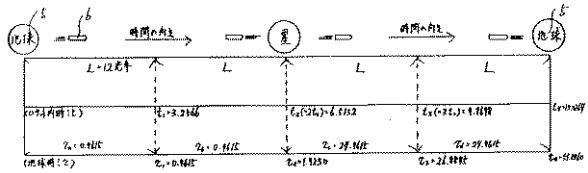
①の区間	$\tau = t_k \left(1 + t_k\right)$ $\quad (0 \leqq t_k \leqq t_1 + \frac{1}{c})$
②の区間	$\tau = 2t_1\left(1 + t_1 + \frac{1}{c}\right) - t_k\left\{1 + 2\left(t_1 + \frac{1}{c}\right) - t_k\right\}$ $\quad (t_1 + \frac{1}{c} \leqq t_k \leqq 2\left(t_1 + \frac{1}{c}\right))$
③の区間	$\tau = 2t_1\left(1 + t_1 + \frac{1}{c}\right) - t_k\left\{1 + 2\left(t_1 + \frac{1}{c}\right) - t_k\right\}$ $\quad (2\left(t_1 + \frac{1}{c}\right) \leqq t_k \leqq 3t_1 + \frac{1}{c})$
④の区間	$\tau = 2t_1 \frac{1 + t_1 + 1/c}{1 - t_1 + 1/c} + t_k\left(1 - 4t_1 + t_k\right)$ $\quad (3t_1 + \frac{1}{c} \leqq t_k \leqq 4t_1)$

注）1. t_kは，ロケットが地球と並列してからの地球での経過時間

2. t_1は，数Fより求まる数値．

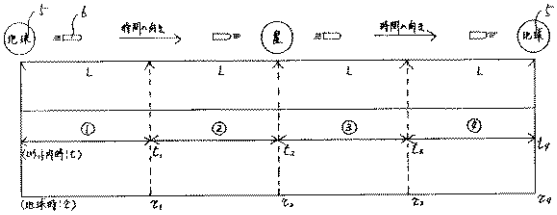
3. Lは，地球と目的地である星を結ぶ一直線上の中間距離

【図６】



注）τ_nとτ_0は数20より，τ_nとt_nは数22よりそれぞれ求まる数値．

【図７】



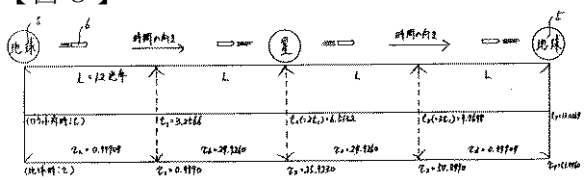
(%・%/c・1ヶ=1)

①の区間	$\tau = 1 - \frac{1}{e^{t_k}}$ $\quad (0 \leqq t_k \leqq t_1)$
②の区間	$\tau = e^{t_k - 2t_1} - 2e^{-t_1} + 1$ $\quad (t_1 \leqq t_k \leqq 2t_1)$
③の区間	$\tau = e^{t_k - 2t_1} - 2e^{-t_1} + 1$ $\quad (2t_1 \leqq t_k \leqq 3t_1)$
④の区間	$\tau = 4\sinh t_1 - e^{4t_1 - t_k} + 1$ $\quad (3t_1 \leqq t_k \leqq 4t_1)$

注）1. t_kは，ロケットが地球と並列してからのロケット内での経過時間．

2. t_1は，数Eの式より求まる τの数値．

【図８】



注）τの数値は，数Fの式でt_1=0.9を仮定した時の数値．ここで，τ_0とτ_4はτ_0=0，

t_0とt_4はτ_0=0.8Cを数Eに代入して求まる数値．

【手続補正書】
【提出日】平成16年1月13日(2004.1.13)
【手続補正１】
【補正対象書類名】特許請求の範囲
【補正対象項目名】請求項１
【補正方法】変更
【補正の内容】
【請求項１】
静止系と運動系との間に成り立つ時空間の関係式に基づき時間計測を行う方法において，時計等を設置した等加速度運動体から送信された該時計等の映像電波を静止系の観測者が画像装置等により映像化し該時計等の映像により時間の計測を行うとした場合のコンピュータシミュレーションを，相対論における時間の遅延効果と相対論的ドップラー効果の影響を加味した静止系と等加速度系との間において成り立つ関係式（少なくとも（数９）及び（数１１）を含む）を用いて実行可能とすることを特徴とした時空間関係図式に基づく時間計測法．
【手続補正２】
【補正対象書類名】特許請求の範囲
【補正対象項目名】請求項２
【補正方法】変更
【補正の内容】
【請求項２】
静止系と運動系との間に成り立つ時空間の関係式に基づき時間計測を行う方法において，時計等を設置した重力場内の運動体から送信された該時計等の映像電波を重力場内に静止した観測者が画像装置等により映像化し該時計等の映像により時間の計測を行うとした場合のコンピュータシミュレーションを，相対論における時間の遅延効果と相対論的ドップラー効果の影響を加味した重力場内の静止系と運動系との間において成り立つ関係式（少なくとも（数１９）及び（数２１）を含む）を用いて実行可能とすることを特徴とした時空間関係図式に基づく時間計測法．
【手続補正３】
【補正対象書類名】明細書
【補正対象項目名】全文
【補正方法】変更
【補正の内容】
【発明の詳細な説明】
【技術分野】
【０００１】
本発明は，主として相対論において特徴的な物理諸現象をプログラム化してシミュレーションを行うことを目的とした，コンピュータソフトウェアに適用可能な時間計測法に関するものである．
【背景技術】
【０００２】
従来から，静止系と等速直線運動系との間に成り立つ時空間関係式による時間計測法により，相対論におけるいわゆる時計のパラドックス（双子のパラドックスともいう）等の考察がなされている．
しかし，相対論的ドップラー効果（本発明において相対論的ドップラー効果とは，相対論の諸原理を満足し，静止系からみたときの運動系から発した電磁波による情報伝達の遅速に起因したドップラー効果を意味する）を考慮し，かつ静止系と等加速度運動系または重力場内の静止系と運動系との相対的な時間関係を表示した各種方程式に関する文献資料は皆無であるため，該方程式を考慮に入れた相対論に関する有用なシミュレーションソフトウェアの開発はなされていなかった（以上に関して，たとえば非特許文献１参照）．

【非特許文献１】メラー著（永田恒夫，伊藤大介訳）『相対性理論』（みすず書房）第ｖｉｉｉ章「一般相対性理論の基礎」）．
【発明の開示】
【発明が解決しようとする課題】
【０００３】
本発明は，上記のようなソフトウェア開発の現状に鑑み，ローレンツ変換式から導出される時間の遅延効果と相対論的ドップラー効果の影響を加味した静止系と等加速度系または重力場内の静止系と運動系において成り立つ方程式を用いて，時計等を設置した等加速度運動体から送信された電波を静止系の観測者が画像装置等により映像化し，該時計等の映像により時間の計測を行うとした場合のコンピュータシミュレーションを可能とすることを特徴とした時空間関係図式（本発明において時空間関係図式とは，少なくとも数９～数１２及び数１９～数２２を基礎とした時空間関係を表示する図または数式をいう．例として，図７における図または数式が該当する．）に基づく時間計測法と，時計等を設置した重力場内の運動系から送信された電波を重力場内に静止した観測者が画像装置等により映像化し，該時計等の映像により時間の計測を行うとした場合のコンピュータシミュレーションを可能とすることを特徴とした時空間関係図式に基づく時間計測法とを提供することを課題とし，その解決を図ることにより，もってソフトウェア産業の発展に寄与することを目的としたものである．
【課題を解決するための手段】
【０００４】
そこで，上記の課題を解決するためになされた本発明の手段を述べると，次のようになる．まず，相対論における各変換式（数２及び数１４）から，相対論的ドップラー効果を考慮して数３，数４及び数１８の各式を導く．次に，当該式（数３，数４及び数１８）を時空関係に注意ながら時間について積分する．最後に，得られた式（数９～数１２及び数１９～数２２）をもとに図式化し，所与の数値を当該式に当てはめ，求める時空間関係図式を得る，以上のようにして，各種の条件のもとに成り立つ静止系と等加速度系間または重力場内の静止系と運動系間の時間計測を行うとした場合のコンピュータシミュレーションを可能とする．
【発明の効果】
【０００５】
静止系と等速直線運動系による時空関係の図式では，暗黙のうちに，運動体の出発と帰還において急激な加速および減速により，運動体の速度は，瞬時にゼロから亜光速に達したり逆に亜光速からゼロになったりすることを仮定しており，そのような仮定をもとにした時間計測の方法では相対論における時空間関係の直感的な理解が困難であり，コンピュータグラフィックス化等の妨げになっていた．
一方，本発明の時間計測法によれば，静止系と等加速度運動系または重力場内の静止系と運動系の相対的な時空間関係について相対論的ドップラー効果を考慮に入れたことで，直感的で無理のない図式等が作成でき，さらに該図式等に基づいて時空間関係をプログラム化し，所与の数値要件を確定することでＣＧ化が可能となり，ソフトウェア産業の発展に寄与することができる．
【発明を実施するための最良の形態】
【０００６】
以下，図面および数式を参照しながら，実施例も兼ねてこの発明を実施するための最良の形態について説明する．まず初めに，本発明との比較のために，等速度運動系のケースを提示した後，本発明に関する実施の形態の説明を行う．
いま，互いに一定の速さｖで一直線（ｘ軸）上を相対運動している二つの慣性系を考える．それらの系における空間座標と時間座標をそれぞれＳ（ｘ，ｙ，ｚ，ｔ），Ｓ’（ｘ’，ｙ’，ｚ’，ｔ’）とし，慣性系ＳとＳ’の空間座標の原点が一致した瞬間をそれぞれの系における時間座標の原点に選ぶ．このとき，相対性原理と光速度不変の原理により，ローレンツ変換式（数１）が導出され，また，Ｓ’系の原点に時計が設置されていると

すると，数１の最後の式でｘ’＝０であるので数２が得られる．数２は時間の遅延効果を表わす式として知られる．さらに，Ｓ’系の原点に設置された時計の映像電波がＳ系の観測者に届くまでの時間を考慮して数３及び数４が得られる．数３および数４は相対論的ドップラー効果を考慮に入れた場合に成り立つｔとｔ’との関係式である．ここで，以下に数１から数４を示す．

【数１】

$$x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\quad y=y',\quad z=z',\quad t=\frac{t'+vx'/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

【数２】

$$t'=\sqrt{1-v^2/c^2}\;t$$

【数３】

$$t'=\frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{1+v/c}\,t=\sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}}\;t$$

【数４】

$$t'=\frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{1-v/c}\,t=\sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}\;t$$

【０００７】

上記仮定のもとにＳを地球とし，Ｓ’を亜光速の等速度運動で飛行可能なロケットとすると，Ｓの観測者からみたＳとＳ’の時空関係式は，図３のようになる．図３は，ロケットが地球からｘ光年の距離にある星に向けて等速度ｖで出発し，星に到着後すぐに帰還するという仮想的星間飛行を想定している図である．地球の人が理論的に想定するロケットの片道の飛行時間をｔ＊とすると，図３に示された関係が成立する．

具体例として，ｖ＝０．９６ｃ（ｃは光速度），ｘ＊＝２４光年，ｔ＊＝ｘ＊／ｖ＝２４／０．９６＝２５年とすると，地球とロケットとの間で図４のような時間関係が成り立つ．これは，ロケットから送信された時計等の映像電波を地球の観測者がテレビモニターで実際に見るとした場合の等速度運動系において成り立つ時空間関係図である．

【０００８】

さて，つぎに本発明のケースについて，まず等加速度運動系のケース（本発明において等加速度運動系のケースとは，各瞬間つねに質点と共に運動している座標系（いわゆる質点の瞬間的静止系）からみたとき，その質点の加速度が常に一定値ａであるような運動系（本発明の例では，ロケット）と静止系（同じく，地球）との間に成り立つ相対的な時間関係を相対論的ドップラー効果をとり入れて考察したケースをいう）から説明する．等速度運動系において成り立つ数１と数２のｖ，ｘおよびｔ’に対して，等加速度運動系においては，数５～数８のｕ，Ｌおよびτが対応する．数５は相対論の速度合成則または相対論的運動方程式を利用して求められる．ここで，ａは等加速度運動系の観測者が受ける加速度を表わす．数６は数５のｕを時間で積分した式であり，数７は数６の結果をｔについて解いたものである．そして，数８は数２を時間で積分した式である．ここで，以下に数５から数８を示す．

【数５】

$$u=\frac{at}{\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}}$$

【数６】

$$L=\int_0^t \frac{at}{\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}}dt=\frac{c^2}{a}\left(\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}-1\right)$$

【数７】

$$t=\frac{c}{a}\sqrt{\left(1+\frac{a}{c^2}L\right)^2-1}$$

【数８】

$$\tau=\int_0^t\sqrt{1-v^2/c^2}\,dt=\int_0^t\frac{1}{\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}}dt=\frac{c}{a}\ln\left(\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}+\frac{a}{c}t\right)$$

$$=\frac{c}{a}\cosh^{-1}\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}$$

【０００９】

等加速度運動系から時間τに送信された時計等の映像電波を，実際に静止系の観測者が時間ｔにテレビモニターで見るとした場合のτとｔの相対的な時間関係を表示する方程式は，数９および数１１のようになる数９は等加速度運動系が静止系から遠ざかる場合に，数１１は等加速度運動系が静止系に近づく場合に成り立つ式である．ここで，以下に数９とその導出過程および数１１を示す

【数９】

$$\sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}}=\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}-\frac{a}{c}t$$

ここで，$t'=t+\frac{L}{c}$

$$=t+\frac{c}{a}\left(\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}-1\right)$$

$$\therefore\ t=\frac{t'\left(2+\frac{a}{c}t'\right)}{2\left(1+\frac{a}{c}t'\right)}$$

$$\therefore\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}t^2}-\frac{a}{c}t=\sqrt{1+\frac{a^2}{c^2}\left\{\frac{t'\left(2+\frac{a}{c}t'\right)}{2\left(1+\frac{a}{c}t'\right)}\right\}^2}-\frac{a}{c}\cdot\frac{t'\left(2+\frac{a}{c}t'\right)}{2\left(1+\frac{a}{c}t'\right)}$$

$$=\sqrt{\left\{\frac{\frac{a}{c}\left(\frac{2c}{a}+2t'+\frac{a}{c}t'^2\right)}{2\left(1+\frac{a}{c}t'\right)}\right\}^2}-\frac{a}{c}\cdot\frac{t'\left(2+\frac{a}{c}t'\right)}{2\left(1+\frac{a}{c}t'\right)}$$

$$=\frac{1}{1+\frac{a}{c}t'}$$

改めて，時間ｄｔをｔとして積分を実行すると，

$$\tau=\int_0^t\frac{1}{1+a/c\,t}dt$$

$$=\frac{c}{a}\ln\left(1+\frac{a}{c}t\right)$$

【数１１】

$$\tau = \frac{c}{a} \ln \frac{1}{1 - \frac{a}{c} t}$$

【００１０】

以上に述べた方程式をもとに，等加速度運動系と静止系に成り立つ時間関係を一定の条件のもとに作図化したものが図１である．ここでは，等加速度運動系と静止系に成り立つ時間関係を明瞭化するために，次のような条件設定をした．

まず，等加速度運動系として亜光速で飛行可能なロケットを考え，静止系として地球を考える．図２に示したごとく，ロケットは目的地と地球を結ぶ一直線上を飛行して，２Ｌ光年の距離にある星に向かい，その星に到着後すぐさま地球に向かって帰還するといった星間飛行を仮定する．

【００１１】

次に，そのような星間飛行をするために，次のような最も単純な飛行方法を考える．等加速度ａで地球を出発し，地球からＬ光年の距離まで加速した後，等加速度ａで減速し目的の星に到着する．そして，到着後はすぐに地球に向かって等加速度ａで出発し，星からＬ光年の距離まで加速した後，往路の場合と同様に等加速度ａで減速して地球に帰還する．

その場合，数５～数１２に基づく図１および図５に掲げるような時空間関係図式が成り立つ．ここで，時計画像等の情報が地球に届くまでの時間を考慮して，数９は時間についてｔ’＝ｔ＋Ｌ／ｃとしたうえで，数３の関係式を時間について積分したものであり，数１１は数９の場合と同様にして，数４の関係式を時間について積分したものである（ただし，数１１のｔの範囲は，０≦ｔ＜ｃ／ａ）．また，図５におけるt_*はロケットが地球を出発してからの地球での経過時間を表わす．

【００１２】

つぎに，相対論におけるいわゆる時計のパラドックスを考察するために，図１に具体的な数値を代入して検証する．その検証にあたって数９と数１１を簡単化するために，次のように仮定する．すなわち，ｃ＝２．９９７９２４５８×１０^{5}ｋｍ／ｓ，ａ＝９．５０００５×１０$^{-3}$ｋｍ／ｓ^{2}及び１年＝３６５．２４２２日（一太陽年）とすると，ａ／ｃ　ｃ／ａ　１なので，（数９と数１１）は（数１０と数１２）のようになる．いま，Ｌ＝１２光年とすると数７および数８より，t_1＝１２．９６１５（正確には，１２．９６１４８１３９…）年，τ_1＝３．２５６６（正確には，３．２５６６１３９…）年となる．したがって，ロケットが星間飛行をして地球に帰還する時間は，地球時間で$t_4 = 4t_1$＝５１．８４６０年，ロケット内の時間で$\tau_4 = 4\tau_1$＝１３．０２６４年となる．ここで，以下に数１０および数１２を示す．

【数１０】

$$\tau = \ln(1 + t)$$

【数１２】

$$\tau = \ln \frac{1}{1 - t}$$

【００１３】

しかし，ロケットから送信された時計の映像電波を地球の観測者がテレビモニターで実際に見るロケットの時間は，t_1＝１２．９６１５年のときτ_1＝３．２５６６年ではなく，数１０でt_1＝１２．９６１５年を代入したときの値τ＝２．６３６３年であり，地球の観測者がテレビモニターでロケットの時間をτ_1＝３．２５６６年と確認する時の地球の時間はt_1＋Ｌ／ｃ＝２４．９６１５年である．実際，ｔ＝２４．９６１５年のとき数１０より１ｎ（１＋２４．９６１５）＝３．２５６６年となる．同様にして，地球の観

測者がテレビモニターでロケットの時間を２τ$_1$＝６．５１３２年（星への到着時間）と確認する時の地球の時間は２（ｔ$_1$＋Ｌ／ｃ）年＝４９．９２３年であり，地球の観測者がテレビモニターでロケットの時間をτ$_3$＝３τ$_1$＝９．７６９８年（ロケットの帰路の中間時点）と確認する時の地球の時間は２（ｔ$_1$＋Ｌ／ｃ）＋ｔ’＝５０．８８４５年（∵ｔ’＝ｔ$_1$－Ｌ／ｃ）である．ここで，ロケットが地球を出発してからの地球での経過時間ｔ$_*$とτとの間には，数１０の式をもとに変形した図５の▲１▼及び▲２▼区間の関係式と，数１２の式をもとに変形した図５の▲３▼及び▲４▼区間の関係式が成り立つ．

【００１４】

上記によると，ロケットから送信された時計等の映像電波を地球にいる人がテレビモニター等を通じて見る場合，Ｌがどれほど大きな数になったとしてもロケットが星から地球への帰還に要する時間（２ｔ’）は必ず２年未満（例えば，Ｌ＝１，０００光年のときはｔ’＝０．９９９５年であり，Ｌ＝１，０００，０００光年のときはｔ’＝０．９９９９９９５年である．その理由は数１３に示したとおり．）になり，Ｌが大きな数になるほど地球の人がテレビモニター等を通じて見るロケット内の時計等の映像は速く動くことがわかる．ここで，以下に数１３を示す．

【数１３】

$$t=\frac{c}{a}\sqrt{\left(1+\frac{a}{c^2}L\right)^2-1}\quad \text{ここで, } c/a=a/c=1 \text{ のとき,}$$

$$t=\sqrt{\left(1+\frac{L}{c}\right)^2-1}<1+\frac{L}{c}\quad \therefore\ t-\frac{L}{c}<1$$

【００１５】

以上に示した時間のパラドックスに関する具体例は，簡単のために星間飛行について最も単純な飛行方法を考えたが，加速と減速との間に等速度による飛行を仮定することは容易である．その場合には，往路においては数３を，復路においては数４を考慮に入れて時間関係を設定し直すだけである．

【００１６】

つぎに，本発明における重力場内の運動系のケース（本発明において重力場内の運動系のケースとは，時空座標系を担う慣性系に，はじめ静止していた二つの質点Ａ（本発明の例では，地球）とＢ（同じく，ロケット）を考え，ＢがＸ軸方向に一定の力により加減速することで，Ｂからみた場合に生じる重力場において，その重力場内の運動系Ａと静止系Ｂとの間に成り立つ相対的な時間関係を，相対論的ドップラー効果をとり入れて考察したケースをいう）について説明する．

数１４および数１５（ｘ$_0$は初位置を表わす）は静止系に対して一直線上（ｘ軸上）を一定の加速度ｇをもって運動する運動系に固定した時計の時間τ（粒子の固有時）と静止系での時計の時間ｔとの間の関係式である（ｘ$_0$等の記号の詳細な内容説明については，メラー著（永田恒夫，伊藤大介訳）『相対性理論』（みすず書房）第ｖｉｉｉ章「一般相対性理論の基礎」を参照）．この式は，測地線の方程式と四次元計量テンソルをｇ$_{\mu\nu}$とした場合の近接２点間距離の二乗ｄｓ^2＝ｇ$_{\mu\nu}$ｄｘ$^{\mu}$ｄｘ$^{\nu}$（添字μ，νは１から４までの値をとるものとする）を変形した式に，上記計量テンソルｇ$_{\mu\nu}$の一成分ｇ$_{44}$をｇ$_{44}$＝－（１＋ｇｘ／ｃ^2）^{2}と置くことにより求められる．数１６は数１５の式を数１４の式に代入して求められ，数１７は数１６の式を積分して求められる（詳しくは，前掲書を参照）．さらに，重力場内の運動体に設置された時計の映像電波が重力場内の静止系の観測者に届くまでの時間を考慮して数１８が得られる．数１８は相対論的ドップラー効果を考慮に入れた場合に成り立つｄｔとｄτとの関係式である．ここで，以下に数１４から数１８を示す．

【数１４】

$$d\tau=\sqrt{\left(1+\frac{gx}{c^2}\right)^2-\frac{u^2}{c^2}}\ dt$$

【数１５】

$$x = \frac{c^2}{g}\left\{\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\frac{1}{\cosh\left(\frac{g}{c}t\right)}-1\right\}, \quad (\text{ここで}, x_0\text{は初位置})$$

$$u = -c\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\frac{\sinh\left(\frac{g}{c}t\right)}{\cosh^2\left(\frac{g}{c}t\right)}$$

【数１６】

$$d\tau = \left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\frac{1}{\cosh^2\left(\frac{g}{c}t\right)}dt$$

【数１７】

$$\tau = \int_0^t \left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\frac{1}{\cosh^2\left(\frac{g}{c}t\right)}dt$$

$$= \left(\frac{c}{g}+\frac{x_0}{c}\right)\tanh\left(\frac{g}{c}t\right)$$

【数１８】

$$d\tau = \frac{\sqrt{\left(1+\frac{gx}{c^2}\right)^2-\frac{u^2}{c^2}}}{1\mp u/w}dt \quad (\text{ここで}, w = c\left(1+\frac{gx}{c^2}\right))$$

$$= \frac{\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\frac{1}{\cosh^2\left(\frac{g}{c}t\right)}}{1\pm\tanh\left(\frac{g}{c}t\right)}dt$$

【００１７】

そして，重力場内の運動系から時間τに送信された時計等の映像電波を，実際に重力場内で静止する観測者が時間ｔにテレビモニターで見るとした場合のτとｔの相対的な時間関係を表示する方程式は，数１９および数２１のようになる．数２１は，数１９の式を導出した方法と同様にして求められる．数１９の式は重力場内の運動系が静止系から遠ざかる場合に，数２１の式は重力場内の運動系が静止系に近づく場合にそれぞれ成り立つ式である．興味深いことに，数１７式と異なり，数１９式や数２１式ではx_0が含まれていないので，τとｔの相対的な時間関係は数１７式のそれと非常に異なることがわかる．ここで，以下に数１９とその導出過程および数２１を示す．

【数１９】

$$\frac{1+\frac{gx_0}{c^2}}{\left(1+\tanh\left(\frac{g}{c}t\right)\right)\cosh^2\left(\frac{g}{c}t\right)}=\frac{2\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)}{1+\exp\left(\frac{2g}{c}t\right)}$$

ここで，数９の場合と同様にして，

$$t'=t-\int\frac{dx}{w}=t-\frac{1}{c}\int\frac{1}{1+\frac{gx}{c^2}}dx$$

$$=t-\frac{c}{g}\ln\left(1+\frac{gx}{c^2}\right)$$

$$=t-\frac{c}{g}\ln\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\frac{1}{\cosh\left(\frac{g}{c}t\right)}$$

$$\therefore\ t=\frac{c}{2g}\ln\left\{\frac{2\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)}{\exp\left(-\frac{g}{c}t'\right)}-1\right\}$$

$$\therefore\ \frac{2\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)}{1+\exp\left(\frac{2g}{c}t\right)}=\exp\left(-\frac{g}{c}t'\right)$$

次めて，時間t'をもとして積分を実行すると，

$$\tau=\int_0^t\exp\left(-\frac{g}{c}t\right)dt$$

$$=\frac{c}{g}\left(1-e^{-\frac{g}{c}t}\right)$$

【数２１】

$$\tau=\frac{c}{g}\left(e^{\frac{1}{c}t}-1\right)$$

【００１８】

以上に述べた方程式をもとに，重力場内の運動系と静止系に成り立つ時間関係を一定の条件のもとに作図化したものが図６と図７である．ここでは，重力場内の運動系と静止系に成り立つ時間関係を明瞭化するために，次のような条件設定をした．

すなわち，重力場内の静止系として亜光速で飛行可能なロケットを考え，重力場内の運動系として地球を考える．そして，地球は一直線上（ｘ軸）の負の方向に一定加速度ｇで動き出した後，同加速度ｇで減速して停止し，その逆の過程を繰り返して帰還するといった重力場内の運動を仮定する．この地球の一定加速度による運動は，一般相対論における等価原理により重力場内の自由粒子の運動と同様に考えることができる．ただし，この重力場の生じるケースは，重力場内の静止系であるロケット側から考えた場合であり，地球の観測者の立場では，

【００１３】

及び

【００１４】

で述べた条件設定があてはまる．

【００１９】

つぎに，時計のパラドックスを考察するために，具体的な数値を入れて検証する．その検証にあたって，等加速度運動系のケースと同様，数１９と数２１を簡単化するために，次のように仮定する．すなわち，ｃ＝２．９９７９２４５８×１０^{5} ｋｍ／ｓ，ｇ＝９．５０００５×１０$^{-3}$ ｋｍ／ｓ^{2} 及び１年＝３６５．２４２２日とする．このようにすると，ｇ／ｃ　ｃ／ｇ　１となるので，（数１９と数２１）は（数２０と数２２）のようになる．ここで，以下に数２０および数２２を示す．

【数２０】

$$\tau = 1 - \frac{1}{e^{t}}$$

【数２２】

$$\tau = e^{t} - 1$$

【００２０】

そこで，地球と地球を出発したロケットが向かう目的地との間の一直線上の距離を２４光年（Ｌ＝１２光年）とし，そしてまた，τ_1～τ_4をt_1～t_4のそれぞれに対応する地球時間とすると，相対論的ドップラー効果を考慮して，地球から送信された時計の映像電波をロケットの観測者がテレビモニターで実際に見るとした場合には，図６に示したように，t_1＝３．２５６６（正確には，３．２５６６１３９…）年のときは，数２０よりτ_1＝０．９６１５年であり，また，t_2＝６．５１３２年のときは，τ_2＝１．９２３０年となる．さらに，地球がロケットに近づく場合，すなわちロケットの帰路においては，t_3＝９．７６９８年に対応するτ_3は，数２２でt_1＝３．２５６６（前記と同様に正確には，３，２５６６１３９…）年としたときの値τ＝２４．９６１５年にτ_2＝１．９２３０年を足した直であるτ_3＝２６．８８４５年である．そして，t_4＝１３．０２６４年のときにτ_4＝５１．８４６０年となる．

【００２１】

しかし，相対論的ドップラー効果を考慮に入れなければ，数８と数１７より，ｔとτについて図８に示されたような時間関係が成立する．図６と図８のτ_1－τ_2間において値が大きく異なる理由は，数１７と数１９により計算した場合，初位置を表わすx_0の有無の違いによる．また，図６と図８のτ_3－τ_4間において値が大きく異なる理由も同様に，数１７と数２１により計算した場合，初位置を表わすx_0の有無の違いによる．

【００２２】

ここで，地球が一直線上（ｘ軸）の負の方向に一定加速度ｇで動き出してからの（すなわち，重力場内を自由落下し始めてからの）ロケット内でテレビモニター等を通じて見た地球の経過時間であるt_*とτとの間には，数２０の式をもとに変形した図７の▲１▼及び▲２▼区間の関係式が成り立ち，また，▲３▼及び▲４▼区間においては，数２２の式をもとに変形した図７の関係式が成り立つ．なお，図６および図７に示されたt_1＝３．２５６６年は，等加速度運動系のケースで示されたτ_1＝３．２５６６年に相当する．

【００２３】

図７に記載された時空間関係図式によると，ロケットが目的地である星に向かうとき，ロケット内でどんなに時間が経過しても，ロケットの船内に設置されたテレビモニターを通じて見た地球の時間は２年を経過することがないことがわかる．逆に，▲３▼および▲４▼の区間では，ロケットの船内に設置されたテレビモニターを通じて見た地球の時間は文字通り指数関数的に経過することになる．そして，ロケットが地球に帰還する時間は，地球時で５１．８４６０年，ロケット内の時間で１３．０２６４年となり，等加速度運動系のケースと一致するので，時計のパラドックスは解消されることがわかる．

【００２４】

以上に示した時間のパラドックスに関する具体例は，簡単のために重力場内の運動について最も単純な形態を考えたが，等加速度運動系のケースと同様，ロケットの等速度に伴う無重力状態における運動を仮定することは容易である．その場合には，往路においては

数３を，復路においては数４を加えて時間関係を設定し直すだけである．

【図面の簡単な説明】

【００２５】

【図１】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図の一例である．

【図２】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図に，具体的な数値を設定したときに成り立つ図の一例である．

【図３】静止系と等速度運動体との間に成立する時空関係図の一例である．

【図４】静止系と等速度運動体との間に成立する時空関係図に，具体的な数値条件を設定したときに成り立つ図の一例である．

【図５】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図式の一例である．

【図６】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図に，具体的な数値を設定したときに成り立つ図の一例である．

【図７】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図式の一例である．

【図８】静止系と運動体との間に成立する時空関係図に，具体的な数値条件を設定したときに成り立つ図の一例である．

【符号の説明】

【００２６】

１…静止系
２…等加速度運動体
３…客体静止系
４…等速度運動体
５…重力場内の運動体
６…重力場内の静止系