

【公報種別】特許法第17条の2の規定による補正の掲載
 【部門区分】第6部門第3区分
 【発行日】平成17年6月16日(2005.6.16)

【公開番号】特開2004-234626(P2004-234626A)
 【公開日】平成16年8月19日(2004.8.19)
 【年通号数】公開・登録公報2004-032
 【出願番号】特願2003-369647(P2003-369647)
 【国際特許分類第7版】

G 0 6 F 19/00
 // G 0 4 F 10/00

【F I】

G 0 6 F 19/00 1 1 0
 G 0 4 F 10/00 Z

【手続補正書】

【提出日】平成16年11月24日(2004.11.24)

【手続補正1】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】全文

【補正方法】変更

【補正の内容】

【発明の詳細な説明】

【発明の名称】時間計測法

【技術分野】

【0001】

本発明は、主として相対論において特徴的な物理諸現象をプログラム化してシミュレーションを行うことを目的とした、コンピュータソフトウェアに適用可能な時間計測法に関するものである。

【背景技術】

【0002】

従来から、静止系と等速直線運動系との間に成り立つ時空間の関係式による時間計測法により、相対論におけるいわゆる時計のパラドックス(双子のパラドックスともいう)等の考察がなされている。

しかし、相対論的ドップラー効果(本発明において相対論的ドップラー効果とは、相対論の諸原理を満足し、静止系と運動系間の電磁波による情報伝達の遅速に起因したドップラー効果を意味する)を考慮し、かつ静止系と等加速度運動系または重力場内の静止系と運動系との相対的な時間関係を表示した各種方程式に関する文献資料は皆無であるため、該方程式を考慮に入れた相対論に関する有用なシミュレーションソフトウェアの開発はなされていなかった(以上に関して、たとえば非特許文献1を参照)。

【非特許文献1】メラ著(永田恒夫、伊藤大介訳)『相対性理論』(みすず書房)第v i i i章「一般相対性理論の基礎」。

【発明の開示】

【発明が解決しようとする課題】

【0003】

本発明は、上記のようなソフトウェア開発の現状に鑑み、ローレンツ変換式から導出される時間の遅延効果と相対論的ドップラー効果の影響を加味した静止系と等加速度系または重力場内の静止系と運動系において成り立つ方程式を用いて、時計等を設置した等加速度運動体から送信された電波を静止系の観測者が画像装置等により映像化し、該時計等の映像により時間の計測を行うとした場合のコンピュータシミュレーションを可能とするこ

とを特徴とした時空間関係図式（本発明において時空間関係図式とは、少なくとも数 9 ~ 数 12 及び数 19 ~ 数 22 を基礎とした時空間関係を表示する図または数式をいう。例として、図 7 における図または数式が該当する。）に基づく時間計測法と、時計等を設置した重力場内の運動系から送信された電波を重力場内に静止した観測者が画像装置等により映像化し、該時計等の映像により時間の計測を行うとした場合のコンピュータシミュレーションを可能とすることを特徴とした時空間関係図式に基づく時間計測法とを提供することを課題とし、その解決を図ることにより、もってソフトウェア産業の発展に寄与することを目的としたものである。

【課題を解決するための手段】

【0004】

そこで、上記の課題を解決するためになされた本発明の手段を述べると、次のようになる。まず、相対論における各変換式（数 2 及び数 14）から、相対論的ドップラー効果を考慮して数 3、数 4 及び数 18 の各式を導く。次に、当該式（数 3、数 4 及び数 18）を時空間関係に注意ながら時間について積分する。最後に、得られた式（数 9 ~ 数 12 及び数 19 ~ 数 22）をもとに図式化し、所与の数値を当該式に当てはめ、求める時空間関係図式を得る。以上のようにして、各種の条件のもとに成り立つ静止系と等加速度系間または重力場内の静止系と運動系間の時間計測を行うとした場合のコンピュータシミュレーションを可能とする。

【発明の効果】

【0005】

静止系と等速直線運動系による時空間関係の図式では、暗黙のうちに、運動体の出発と帰還において急激な加速および減速により、運動体の速度は瞬時にゼロから亜光速に達したり、逆に亜光速からゼロになったりすることを仮定しており、そのような仮定をもとにした時間計測の方法では相対論における時空間関係の感覚的な理解が困難であり、コンピュータグラフィックス化等の妨げになっていた。

一方、本発明の時間計測法によれば、静止系と等加速度運動系または重力場内の静止系と運動系の相対的な時空間関係について相対論的ドップラー効果を考慮に入れたことで、感覚的で無理のない図式等が作成でき、さらに該図式等に基づいて時空間関係をプログラム化し、所与の数値要件を確定することで CG 化が可能となり、ソフトウェア産業の発展に寄与することができる。

【発明を実施するための最良の形態】

【0006】

以下、図面および数式を参照しながら、実施例も兼ねてこの発明を実施するための最良の形態について説明する。まず初めに、本発明との比較のために、等速度運動系のケースを提示した後、本発明に関する実施の形態の説明を行う。

いま、互いに一定の速さ v で一直線（ x 軸）上を相対運動している二つの慣性系を考える。それらの系における空間座標と時間座標をそれぞれ $S(x, y, z, t)$, $S'(x', y', z', t')$ とし、慣性系 S と S' の空間座標の原点が一致した瞬間をそれぞれの系における時間座標の原点に選ぶ。このとき、相対性原理と光速度不変の原理により、ローレンツ変換式（数 1）が導出され、また、 S' 系の原点に時計が設置されているとすると、数 1 の最後の式で $x' = 0$ であるので数 2 が得られる。数 2 は時間の遅延効果を表わす式として知られる。さらに、 S' 系の原点に設置された時計の映像電波が S 系の観測者に届くまでの時間を考慮して数 3 及び数 4 が得られる。数 3 および数 4 は相対論的ドップラー効果を考慮に入れた場合に成り立つ t と t' との関係式である。ここで、以下に数 1 から数 4 を示す（数 3 は、その導出過程も示す）。

【数 1】

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

【数 2】

$$t' = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} t$$

【数 3】

数 2 で, $t'' = t + L/c$ とおくと,

$$t = t'' / \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad (\because L = vt)$$

$$\therefore t' = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1 + \frac{v}{c}} t'' = \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} t''$$

改めて, 時間 t'' を t として,

$$t' = \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} t$$

【数 4】

$$t' = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} t$$

上記仮定のもとに, S を地球とし, S' を亜光速の等速度運動で飛行可能なロケットとすると, S の観測者から見た S と S' の時空間の関係式は, 図 3 のようになる. 図 3 は, ロケットが地球から x 光年の距離にある星に向けて等速度 で出発し, 星に到着後すぐに帰還するという仮想的星間飛行を想定している図である. 地球の人が理論的に想定するロケットの片道の飛行時間を t^* とすると, 図 3 に示された関係が成立する.

具体例として, $v = 0.96c$ (c は光速), $x^* = 24$ 光年, $t^* = x^* / v = 24 / 0.96 = 25$ 年とすると, 地球とロケットとの間で図 4 のような時間関係が成り立つ. これは, ロケットから送信された時計等の映像電波を地球の観測者がテレビモニターで実際に見るとした場合の等速度運動系において成り立つ時空間の関係図である.

【0008】

さて, つぎに本発明のケースについて, まず等加速度運動系のケース (本発明において等加速度運動系のケースとは, 各瞬間つねに質点と共に運動している座標系 (いわゆる質点の瞬間的静止系) から見たとき, その質点の加速度が常に一定値 a であるような運動系 (本発明の例では, ロケット) と静止系 (同じく, 地球) との間に成り立つ相対的な時間関係を, 相対論的ドップラー効果を取り入れて考察したケースをいう) から説明する. 等速度運動系において成り立つ数 1 と数 2 の x および t' に対して, 等加速度運動系においては, 数 5 ~ 数 8 の u , L および t が対応する. 数 5 は相対論の速度合成則または相対論的運動方程式を利用して求められる. ここで, a は等加速度運動系内の観測者が受ける加速度を表わす. 数 6 は数 5 の u を時間で積分した式であり, 数 7 は数 6 の結果を t について解いたものである. そして, 数 8 は数 2 を時間で積分した式である. ここで, 以下に数 5 から数 8 を示す.

【数 5】

$$u = \frac{at}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{c}t\right)^2}}$$

【数 6】

$$L = \int_0^t \frac{at}{\sqrt{1 + (\frac{a}{c}t)^2}} dt = \frac{c^2}{a} \left(\sqrt{1 + (\frac{a}{c}t)^2} - 1 \right)$$

【数 7】

$$t = \frac{c}{a} \sqrt{\left(1 + \frac{a}{c^2} L\right)^2 - 1}$$

【数 8】

$$\begin{aligned} \tau &= \int_0^t \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} dt = \int_0^t \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{a}{c}t)^2}} dt = \frac{c}{a} \ln \left(\sqrt{1 + (\frac{a}{c}t)^2} + \frac{a}{c}t \right) \\ &= \frac{c}{a} \cosh^{-1} \left(\sqrt{1 + (\frac{a}{c}t)^2} \right) \end{aligned}$$

【0009】

等加速度運動系から時間 t に送信された時計等の映像電波を、実際に静止系の観測者が時間 t にテレビモニターで見るとした場合の t と t の相対的な時間関係を表示する方程式は、数 9 および数 11 のようになる。数 9 は等加速度運動系が静止系から遠ざかる場合に、数 11 は等加速度運動系が静止系に近づく場合に成り立つ式である。ここで、以下に数 9 とその導出過程および数 11 を示す。

【数 9】

$$\frac{\sqrt{1-\frac{v}{c}}}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}} = \sqrt{1+\left(\frac{a}{c}t\right)^2} - \frac{a}{c}t$$

ここで、数 3 の場合と同様にして、

$$\begin{aligned} t' &= t + L/c \\ &= t + \frac{c}{a} \left(\sqrt{1+\left(\frac{a}{c}t\right)^2} - 1 \right) \quad \left(\because L = (c^2/a) \left\{ \sqrt{1+\left(\frac{a}{c}t\right)^2} - 1 \right\} \right) \end{aligned}$$

とおくと、

$$t = \frac{t'(2 + \frac{a}{c}t')}{2(1 + \frac{a}{c}t')}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{1+\left(\frac{a}{c}t\right)^2} - \frac{a}{c}t &= \sqrt{1 + \frac{a^2}{c^2} \left\{ \frac{t'(2 + \frac{a}{c}t')}{2(1 + \frac{a}{c}t')} \right\}^2} - \frac{a}{c} \cdot \frac{t'(2 + \frac{a}{c}t')}{2(1 + \frac{a}{c}t')} \\ &= \sqrt{\left\{ \frac{\frac{a}{c}(2t' + \frac{a}{c}t'^2)}{2(1 + \frac{a}{c}t')} \right\}^2} - \frac{a}{c} \cdot \frac{t'(2 + \frac{a}{c}t')}{2(1 + \frac{a}{c}t')} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{a}{c}t'} \end{aligned}$$

改めて、時間 t' を t として積分を実行すると、

$$\begin{aligned} \tau &= \int_0^t \left(\frac{1}{1 + \frac{a}{c}t} \right) dt \\ &= \frac{c}{a} \ln\left(1 + \frac{a}{c}t\right) \end{aligned}$$

【数 1 1】

$$\tau = \frac{c}{a} \ln\left(\frac{1}{1 - \frac{a}{c}t}\right)$$

【0 0 1 0】

以上に述べた方程式をもとに、等加速度運動系と静止系に成り立つ時間関係を一定の条件のもとに作図化したものが図 1 である。ここでは、等加速度運動系と静止系に成り立つ時間関係を明瞭化するために、次のような条件設定をした。

まず、等加速度運動系として亜光速で飛行可能なロケットを考え、静止系として地球を考える。図 2 に示したごとく、ロケットは目的地と地球を結ぶ一直線上を飛行して、2 L 光年の距離にある星に向かい、その星に到着後すぐさま地球に向かって帰還するといった星間飛行を仮定する。

【0 0 1 1】

次に、そのような星間飛行をするために、次のような最も単純な飛行方法を考える。等加速度 a で地球を出発し、地球から L 光年の距離まで加速した後、等加速度 a で減速し目

的の星に到着する．そして，到着後はすぐに地球に向かって等加速度 a で出発し，星から L 光年の距離まで加速した後，往路の場合と同様に等加速度 a で減速して地球に帰還する．

その場合，数 5 ~ 数 12 に基づく図 1 および図 5（ここで，図 5 は，地球からテレビモニター等を通じてロケットに置かれた時計を見た場合の，地球時とロケット時との間に成り立つ時系列図である）に掲げるような時空間関係図式が成り立つ．ここで，時計画像等の情報が地球に届くまでの時間を考慮して，数 9 は時間について $t_1 = t + L/c$ としたうえで，数 3 の関係式を時間について積分したものであり，数 11 は数 9 の場合と同様にして，数 4 の関係式を時間について積分したものである（ただし，数 11 の t の範囲は， $0 < t < c/a$ ）．また，図 5 における t_* はロケットが地球を出発してからの地球での経過時間を表わす．

【0012】

つぎに，相対論におけるいわゆる時計のパラドックスを考察するために，図 1 に具体的な数値を代入して検証する．その検証にあたって数 9 と数 11 を簡単化するために，次のように仮定する．すなわち， $c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ km/s}$ ， $a = 9.50005 \times 10^{-3} \text{ km/s}^2$ 及び 1 年 = 365.2422 日（一太陽年）とすると， $a/c = c/a = 1$ （年）なので，（数 9 と数 11）は（数 10 と数 12）のようになる．いま， $L = 12$ 光年とすると数 7 および数 8 より， $t_1 = 12.9615$ （正確には， $12.96148139\dots$ ）年， $t_2 = 3.2566$ （正確には， $3.2566139\dots$ ）年となる．したがって，ロケットが星間飛行をして地球に帰還する時間は，地球時間で $t_4 = 4t_1 = 51.8460$ 年，ロケット内の時間で $t_4 = 4t_1 = 13.0264$ 年となる．ここで，以下に数 10 および数 12 を示す．

【数 10】

$$\tau = \ln(1+t)$$

【数 12】

$$\tau = \ln\left(\frac{1}{1-t}\right)$$

【0013】

しかし，ロケットから送信された時計の映像電波を地球の観測者がテレビモニターで実際に見るロケットの時間は， $t_1 = 12.9615$ 年のとき $t_2 = 3.2566$ 年ではなく，数 10 で $t_1 = 12.9615$ 年を代入したときの値 $t_2 = 2.6363$ 年であり，地球の観測者がテレビモニターでロケットの時間を $t_2 = 3.2566$ 年と確認する時の地球の時間は $t_1 + L/c = 24.9615$ 年である．実際， $t = 24.9615$ 年のとき，数 10 より $\ln(1+24.9615) = 3.2566$ 年となる．同様にして，地球の観測者がテレビモニターでロケットの時間を $t_3 = 6.5132$ 年（星への到着時間）と確認する時の地球の時間は $2(t_1 + L/c)$ 年 = 49.923 年であり，地球の観測者がテレビモニターでロケットの時間を $t_3 = 3.2566$ 年（ロケットの帰路の中間時点）と確認する時の地球の時間は $2(t_1 + L/c) + t_2 = 50.8845$ 年（ $t_2 = t_1 - L/c$ ）である．ここで，ロケットが地球を出発してからの地球での経過時間 t_* と t_2 の間には，数 10 の式をもとに変形した図 5 の 1 及び 2 区間の関係式と，数 12 の式をもとに変形した図 5 の 3 及び 4 区間の関係式が成り立つ．

【0014】

上記によると，ロケットから送信された時計等の映像電波を地球にいる人がテレビモニター等を通じて見る場合， L がどれほど大きな数になったとしてもロケットが星から地球への帰還に要する時間（ $2t_2$ ）は必ず 2 年未満（例えば， $L = 1,000$ 光年のときは $t_2 = 0.9995$ 年であり， $L = 1,000,000$ 光年のときは $t_2 = 0.9999$

995年である。その理由は数13に示したとおり。)になり、Lが大きくな数になるほど地球の人がテレビモニター等を通じて見るロケット内の時計等の映像は速く動くことがわかる。ここで、以下に数13を示す。

【数13】

$$t = \frac{c}{a} \sqrt{\left(1 + \frac{a}{c^2} L\right)^2 - 1} \quad \text{ここで, } \frac{L}{a} = \frac{a}{c} = 1 \text{ のとき,}$$

$$t = \sqrt{\left(1 + \frac{L}{c}\right)^2 - 1} < 1 + \frac{L}{c}$$

$$\therefore t - \frac{L}{c} < 1$$

【0015】

以上に示した時間のパラドックスに関する具体例は、簡単のために星間飛行について最も単純な飛行方法を考えたが、加速と減速との間に等速度による飛行を仮定することは容易である。その場合には、往路においては数3を、復路においては数4を考慮に入れて時間関係を設定し直すだけである。

【0016】

つぎに、本発明における重力場内の運動系のケース（本発明において重力場内の運動系のケースとは、時空座標系を担う慣性系に、はじめ静止していた二つの質点A（本発明の例では、地球）とB（同じく、ロケット）を考え、Bがx軸方向に一定の力により加減速することで、Bからみた場合に生じる重力場において、その重力場内の運動系Aと静止系Bとの間に成り立つ相対的な時間関係を、相対論的ドップラー効果を取り入れて考察したケースをいう）について説明する。

数14および数15（ x_0 は初位置を表わす）は静止系に対して一直線上を一定の加速度gをもって運動する運動系に固定した時計の時間（粒子の固有時）と静止系での時計の時間tとの間の関係式である（ x_0 等の記号の詳細な内容説明については、メラ著（永田恒夫、伊藤大介訳）『相対性理論』（みすず書房）第viii章「一般相対性理論の基礎」を参照）。この式は、測地線の方程式と四次元計量テンソルを $g_{\mu\nu}$ とした場合の近接2点間距離の二乗 $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ （添字 μ, ν は1から4までの値をとるものとする）を変形した式に、上記計量テンソル $g_{\mu\nu}$ の一成分 g_{44} を $g_{44} = -\left(1 + gx/c^2\right)^2$ と置くことにより求められる。数16は数15の式を数14の式に代入して求められ、数17は数16の式を積分して求められる（詳しくは、前掲書を参照）。さらに、重力場内の運動体に設置された時計の映像電波が重力場内の静止系の観測者に届くまでの時間を考慮して数18が得られる。数18は相対論的ドップラー効果を考慮に入れた場合に成り立つ $d\tau$ と dt との関係式である。ここで、以下に数14から数18を示す。

【数14】

$$d\tau = \sqrt{\left(1 + \frac{gx}{c^2}\right)^2 - \left(\frac{u}{c}\right)^2} dt$$

【数15】

$$x = \frac{c^2}{g} \left\{ \left(1 + \frac{gx_0}{c^2}\right) \frac{1}{\cosh\left(\frac{g}{c}t\right)} - 1 \right\} \quad \text{(ここで, } x_0 \text{ は初位置)}$$

$$u = -c \left(1 + \frac{gx_0}{c^2}\right) \frac{\sinh\left(\frac{g}{c}t\right)}{\cosh^2\left(\frac{g}{c}t\right)}$$

【数 1 6】

$$d\tau = \left(1 + \frac{gx_0}{c^2}\right) \frac{1}{\cosh^2\left(\frac{g}{c}t\right)} dt$$

【数 1 7】

$$\begin{aligned} \tau &= \int_0^t \left(1 + \frac{gx_0}{c^2}\right) \frac{1}{\cosh^2\left(\frac{g}{c}t\right)} dt \\ &= \left(\frac{c}{g} + \frac{x_0}{c}\right) \tanh\left(\frac{g}{c}t\right) \end{aligned}$$

【数 1 8】

$$\begin{aligned} d\tau &= \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{gx}{c^2}\right)^2 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}{1 \pm \frac{|u|}{\omega}} dt = \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{gx}{c^2}\right)^2 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}{1 \mp \frac{u}{\omega}} dt \quad \left(\text{ここで, } \omega = c\left(1 + \frac{gx}{c^2}\right)\right) \\ &= \frac{\left(1 + \frac{gx_0}{c^2}\right) \frac{1}{\cosh^2\left(\frac{g}{c}t\right)}}{1 \pm \tanh\left(\frac{g}{c}t\right)} dt \end{aligned}$$

【0017】

そして、重力場内の運動系から時間 t に送信された時計等の映像電波を、実際に重力場内で静止する観測者が時間 t にテレビモニターで見るとした場合の t と t の相対的な時間関係を表示する方程式は、数 1 9 および数 2 1 のようになる。数 2 1 は、数 1 9 の式を導出した方法と同様にして求められる。数 1 9 の式は重力場内の運動系が静止系から遠ざかる場合に、数 2 1 の式は重力場内の運動系が静止系に近づく場合にそれぞれ成り立つ式である。興味深いことに、数 1 7 式と異なり、数 1 9 式や数 2 1 式では ω が含まれていないので、 t と t の相対的な時間関係は数 1 7 式のそれと非常に異なることがわかる。ここで、以下に数 1 9 とその導出過程および数 2 1 を示す。

【数 1 9】

$$\frac{1 + \frac{g}{c^2} x_0}{\{1 + \tanh(\frac{g}{c} t)\} \cosh^2(\frac{g}{c} t)} = \frac{2(1 + \frac{g}{c^2} x_0)}{1 + \exp(\frac{2g}{c} t)}$$

ここで、数 9 の場合と同様にして、

$$\begin{aligned} t' &= t + \frac{|x|}{\omega} = t - \frac{x}{\omega} = t - \int \frac{1}{\omega} dx \\ &= t - \frac{1}{c} \int \frac{1}{1 + \frac{g}{c^2} x} dx = t - \frac{c}{g} \ln\left(1 + \frac{g}{c^2} x\right) \quad \left(\text{ここで、} x = \frac{c^2}{g} \left\{ \frac{1 + \frac{g x_0}{c^2}}{\cosh(\frac{g}{c} t)} - 1 \right\}\right) \\ &= t - \frac{c}{g} \ln\left\{ \frac{1 + \frac{g}{c^2} x_0}{\cosh(\frac{g}{c} t)} \right\} \quad \text{とおくと、} \end{aligned}$$

$$t = \frac{c}{2g} \ln\left\{ \frac{2(1 + \frac{g}{c^2} x_0)}{\exp(-\frac{g}{c} t')} - 1 \right\}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{2(1 + \frac{g}{c^2} x_0)}{1 + \exp(\frac{2g}{c} t)} &= \frac{2(1 + \frac{g}{c^2} x_0)}{1 + \exp\left[2 \frac{g}{c} \left\{ \frac{c}{2g} \ln\left(\frac{2(1 + \frac{g}{c^2} x_0)}{\exp(-\frac{g}{c} t')} - 1\right)\right\}\right]} \\ &= \exp\left(-\frac{g}{c} t'\right) \end{aligned}$$

改めて、時間 t' を t として積分を実行すると、

$$\begin{aligned} \tau &= \int_0^t \exp\left(-\frac{g}{c} t\right) dt \\ &= \frac{c}{g} \{1 - \exp\left(-\frac{g}{c} t\right)\} \end{aligned}$$

【数 2 1】

$$\tau = \frac{c}{g} \left\{ \exp\left(\frac{g}{c} t\right) - 1 \right\}$$

【0 0 1 8】

以上に述べた方程式をもとに、重力場内の運動系と静止系に成り立つ時間関係を一定の条件のもとに作図化したものが図 6 と図 7 (ここで、図 7 は、ロケット内からテレビモニター等を通じて地球に置かれた時計を見た場合の、ロケット時と地球時との間に成り立つ時系列図である) である。ここでは、重力場内の運動系と静止系に成り立つ時間関係を明瞭化するために、次のような条件設定をした。

すなわち、重力場内の静止系として亜光速で飛行可能なロケットを考え、重力場内の運動系として地球を考える。そして、地球は一直線上 (x 軸) の負の方向に一定加速度 g で動き出した後、同加速度 g で減速して停止し、その逆の過程を繰り返して帰還するといった重力場内の運動を仮定する。ロケットから見た場合に成り立つこの地球の一定加速度運動は、一般相対論における等価原理により重力場内の自由粒子の運動と同様に考えることができる。

【0 0 1 9】

つぎに、時計のパラドックスを考察するために、具体的な数値を入れて検証する。その検証にあたり、等加速度運動系のケースと同様、数19と数21を簡単化するために、次のように仮定する。すなわち、 $c = 2.99792458 \times 10^5 \text{ km/s}$ 、 $g = 9.50005 \times 10^{-3} \text{ km/s}^2$ 及び1年 = 365.2422日とする。この場合、 g/c 、 c/g 、1(年)となるので、(数19と数21)は(数20と数22)のようになる。ここで、以下に数20および数22を示す。

【数20】

$$\tau = 1 - \frac{1}{e^t}$$

【数22】

$$\tau = e^t - 1$$

【0020】

そこで、地球と地球を出発したロケットが向かう目的地との間の一直線上の距離を24光年 ($L = 12$ 光年)とし、そしてまた、 $t_1 \sim t_4$ を $t_1 \sim t_4$ のそれぞれに対応する地球時間とすると、相対論的ドップラー効果を考慮して、地球から送信された時計の映像電波をロケットの観測者がテレビモニターで実際に見るとした場合には、図6に示したように、 $t_1 = 3.2566$ (正確には、 $3.2566139\dots$)年のときは、数20より $t_1 = 0.9615$ 年であり、また、 $t_2 = 6.5132$ 年のときは、 $t_2 = 1.9230$ 年となる。さらに、地球がロケットに近づく場合、すなわちロケットの帰路においては、 $t_3 = 9.7698$ 年に対応する t_3 は、数22で $t_1 = 3.2566$ (前記と同様に正確には、 $3.2566139\dots$)年としたときの値 $t_3 = 24.9615$ 年に $t_2 = 1.9230$ 年を足した値 $t_3 = 26.8845$ 年である。そして、 $t_4 = 13.0264$ 年のときに $t_4 = 51.8460$ 年となる。

【0021】

しかし、相対論的ドップラー効果を考慮に入れなければ、数8と数17より、 t と t' について図8に示されたような時間関係が成立する。図6と図8の $t_1 - t_2$ 間において値が大きく異なる理由は、数17と数19における初位置を表す t_0 の有無の違いによる。また、図6と図8の $t_3 - t_4$ 間において値が大きく異なる理由も同様に、数17と数21における初位置を表す t_0 の有無の違いによる。

【0022】

ここで、地球が一直線上(x 軸)の負の方向に一定加速度 g で動き出してからの(すなわち、重力場内を自由落下し始めてからの)ロケット内でテレビモニター等を通じて見た地球の経過時間である t_* と t の間には、数20の式をもとに変形した図7の t_1 及び t_2 区間の関係式が成り立ち、また、 t_3 及び t_4 区間においては、数22の式をもとに変形した図7の関係式が成り立つ。なお、図6および図7に示された $t_1 = 3.2566$ 年は、等加速度運動系のケースで示された $t_1 = 3.2566$ 年に相当する。

【0023】

図7に記載された時空間関係図式によると、ロケットが目的地である星に向かうとき、ロケット内でどんなに時間が経過しても、ロケットの船内に設置されたテレビモニターを通じて見た地球の時間は2年を経過することがないことがわかる。逆に、 t_3 および t_4 の区間では、ロケットの船内に設置されたテレビモニターを通じて見た地球の時間は文字通り指数関数的に経過することになる。そして、ロケットが地球に帰還する時間は、地球時で51.8460年、ロケット内の時間で13.0264年となり、等加速度運動系のケースと一致するので、時計のパラドックスは解消されることがわかる。

【0024】

以上に示した時計のパラドックスに関する具体例は、簡単のために重力場内の運動について最も単純な形態を考えたが、等加速度運動系のケースと同様、ロケットの等速度に伴う無重力状態における運動を仮定することは容易である。その場合には、往路においては

数 3 を , 復路においては数 4 を加えて時間関係を設定し直すだけである .

【図面の簡単な説明】

【 0 0 2 5 】

【図 1】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図の一例である .

【図 2】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図に , 具体的な数値を設定したときに成り立つ図の一例である .

【図 3】静止系と等速度運動体との間に成立する時空間関係図の一例である .

【図 4】静止系と等速度運動体との間に成立する時空間関係図に , 具体的な数値条件を設定したときに成り立つ図の一例である .

【図 5】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図式の一例である .

【図 6】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図に , 具体的な数値を設定したときに成り立つ図の一例である .

【図 7】本発明の時間計測法を適用した場合に成り立つ時空間関係図式の一例である .

【図 8】静止系と運動体との間に成立する時空間関係図に , 具体的な数値条件を設定したときに成り立つ図の一例である .

【符号の説明】

【 0 0 2 6 】

- 1 ... 静止系
- 2 ... 等加速度運動体
- 3 ... 客体静止系
- 4 ... 等速度運動体
- 5 ... 重力場内の運動体
- 6 ... 重力場内の静止系

【手続補正 2】

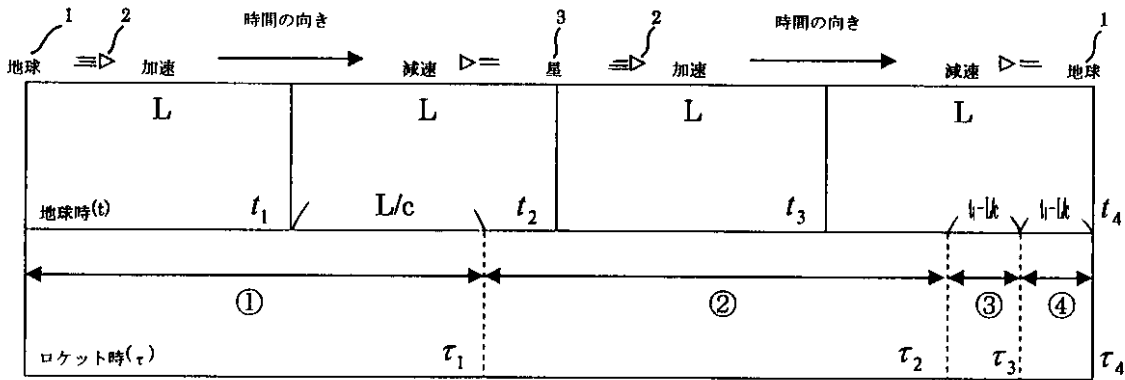
【補正対象書類名】図面

【補正対象項目名】図 5

【補正方法】変更

【補正の内容】

【図5】



(c/a = a/c = 1 のとき)

①の区間	$\tau = \ln(1+t_*) \quad (0 \leq t_* \leq t_1 + \frac{L}{c})$
②の区間	$\tau = 2 \ln\{1 + (t_1 + \frac{L}{c})\} - \ln\{1 + 2(t_1 + \frac{L}{c}) - t_*\} \quad (t_1 + \frac{L}{c} \leq t_* \leq 2(t_1 + \frac{L}{c}))$
③の区間	$\tau = 2 \ln\{1 + (t_1 + \frac{L}{c})\} - \ln\{1 + 2(t_1 + \frac{L}{c}) - t_*\} \quad (2(t_1 + \frac{L}{c}) \leq t_* \leq 3(t_1 + \frac{L}{c}))$
④の区間	$\tau = 2 \ln \frac{1+t_1+L/c}{1-t_1+L/c} + \ln(1-4t_1+t_*) \quad (3(t_1 + \frac{L}{c}) \leq t_* \leq 4t_1)$

注) 1. t_* は、ロケットが地球を出発してからの地球での経過時間。2. t_1 は、数7より求まる数値で、 $t_1 = \sqrt{(1 + \frac{L}{c})^2} - 1$ である。3. L は地球と目的地である星を結ぶ一直線上の中間距離。4. $t_* = t_4 = 4t_1$ のとき、 $\tau_4 = 2 \ln \frac{1+t_1+L/c}{1-t_1+L/c} = 4 \cosh^{-1}(\sqrt{1+t_1^2})$ である。

【手続補正3】

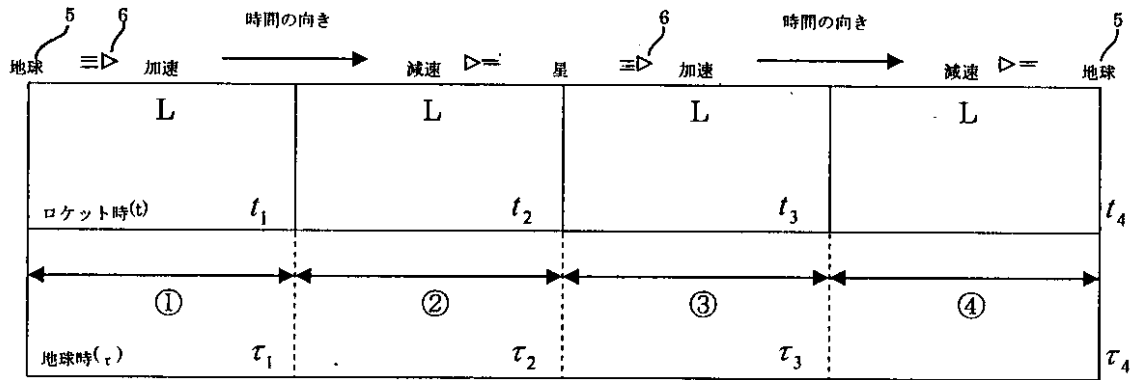
【補正対象書類名】図面

【補正対象項目名】図7

【補正方法】変更

【補正の内容】

【 図 7 】



(c/g = g/c = 1 のとき)

①の区間	$\tau = 1 - \exp(-t_*) \quad (0 \leq t_* \leq t_1)$
②の区間	$\tau = \exp(t_* - 2t_1) - 2\exp(-t_1) + 1 \quad (t_1 \leq t_* \leq 2t_1)$
③の区間	$\tau = \exp(t_* - 2t_1) - 2\exp(-t_1) + 1 \quad (2t_1 \leq t_* \leq 3t_1)$
④の区間	$\tau = 4\sinh(t_1) - \exp(4t_1 - t_*) + 1 \quad (3t_1 \leq t_* \leq 4t_1)$

注) 1. t_* は、ロケットが地球を出発してからのロケット内での経過時間。2. t_1 は、数 8 より求まる数値で、 $t_1 = \cosh^{-1}\left(1 + \frac{L}{c}\right)$ である。3. L は地球と目的地である星を結ぶ一直線上の中間距離。4. $t_* = t_4 = 4t_1$ のとき、 $\tau_4 = 4\sinh(t_1)$ である。